

Контрольная работа 2 (Линейная алгебра)

Задание к работе

1. Методом Крамера найти решение системы линейных алгебраических уравнений.
2. Установить, что система уравнений имеет единственное решение, и найти его с помощью обратной матрицы.
3. Методом Гаусса (или методом исключения неизвестных) найти решение системы линейных алгебраических уравнений.
4. Найти общее решение однородной системы линейных алгебраических уравнений.

Образец решения варианта.

1. Методом Крамера найти решение системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} 2x - y - 3z = 3 \\ 3x + 4y - 5z = -8 \\ 2y + 7z = 17 \end{cases}.$$

Решение.

Решение системы находим по формулам Крамера

$$x = \frac{\Delta_1}{\Delta}, y = \frac{\Delta_2}{\Delta}, z = \frac{\Delta_3}{\Delta}.$$

Вычислим определитель системы Δ

$$\Delta = \begin{vmatrix} 2 & -1 & -3 \\ 3 & 4 & -5 \\ 0 & 2 & 7 \end{vmatrix} = 56 - 18 + 20 + 21 = 79.$$

Последовательно заменив в Δ , первый, второй и третий столбцы столбцом свободных членов, получим соответственно

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 3 & -1 & -3 \\ -8 & 4 & -5 \\ 17 & 2 & 7 \end{vmatrix} = 395, x = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{395}{79} = 5;$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 3 & -3 \\ 3 & -8 & -5 \\ 0 & 17 & 7 \end{vmatrix} = -158, y = \frac{\Delta_2}{\Delta} = -\frac{158}{79} = -2;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & -1 & 3 \\ 3 & 4 & -8 \\ 0 & 2 & 17 \end{vmatrix} = 237, z = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{237}{79} = 3.$$

Ответ : $x = 5$, $y = -2$, $z = 3$.

2. Дана система из трех уравнений с тремя неизвестными. Установить, что система уравнений имеет единственное решение и найти его с помощью обратной матрицы

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 4 \\ 3x_1 + 2x_3 = -8 \\ 4x_1 - 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases} .$$

Решение.

Если определитель системы отличен от нуля, то система имеет единственное решение (теорема Крамера).

Вычислим определитель данной системы :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 5 & 0 & 4 \end{vmatrix} = 2 \cdot (-1)^{1+2} \cdot \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} = -2 \cdot (12 - 10) = -4 \neq 0 ,$$

следовательно, система имеет единственное решение.

Данную систему можно записать в матричной форме :

$$A \cdot X = B , \text{ где } A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 3 & 0 & 2 \\ 4 & -2 & 5 \end{pmatrix} , X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} , B = \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \\ 0 \end{pmatrix} .$$

Так как $\det A = \Delta = -4 \neq 0$, то для матрицы A существует обратная матрица A^{-1} . Умножив матричное уравнение $A \cdot X = B$ слева на A^{-1} , получим $A^{-1} \cdot A \cdot X = A^{-1} \cdot B$, откуда $E \cdot X = A^{-1} \cdot B$, или $X = A^{-1} \cdot B$.

Найдем обратную матрицу A^{-1} по формуле

$$A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & A_{31} \\ A_{12} & A_{22} & A_{32} \\ A_{13} & A_{23} & A_{33} \end{pmatrix} ,$$

где A_{ij} – алгебраическое дополнение элемента a_{ij} .

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} = 4 , A_{12} = -\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = -7 , A_{13} = \begin{vmatrix} 3 & 0 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = -6 ,$$

$$A_{21} = -\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ -2 & 5 \end{vmatrix} = -8 , A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = 9 , A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & -2 \end{vmatrix} = 10 ,$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = 4 , A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -5 , A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 0 \end{vmatrix} = -6 .$$

$$A^{-1} = \frac{1}{-4} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -8 & 4 \\ -7 & 9 & -5 \\ -6 & 10 & -6 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{aligned} \text{Тогда } X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} &= \frac{1}{-4} \cdot \begin{pmatrix} 4 & -8 & 4 \\ -7 & 9 & -5 \\ -6 & 10 & -6 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -8 \\ 0 \end{pmatrix} = \\ &= -\frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} 4 \cdot 4 + (-8) \cdot (-8) + 4 \cdot 0 \\ (-7) \cdot 4 + 9 \cdot (-8) + (-5) \cdot 0 \\ (-6) \cdot 4 + 10 \cdot (-8) + (-6) \cdot 0 \end{pmatrix} = -\frac{1}{4} \cdot \begin{pmatrix} 80 \\ -100 \\ -104 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -20 \\ 25 \\ 26 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Ответ : $x_1 = -20, x_2 = 25, x_3 = 26$.

3. Методом Гаусса (или методом исключения неизвестных) найти решение системы линейных алгебраических уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8 \end{cases}.$$

Решение.

Выпишем расширенную матрицу B данной системы и приведем ее к ступенчатому виду

$$B = \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & -2 & 6 \\ 2 & -1 & -2 & -3 & 8 \\ 3 & 2 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & -3 & 2 & 1 & -8 \end{array} \right).$$

Последовательно умножим первую строку на (-2) и прибавим ее ко второй строке, затем умножим на (-3) и прибавим к третьей строке, умножим на (-2) и прибавим к четвертой строке, получим

$$B \rightarrow \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 2 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & -5 & -8 & 1 & -4 \\ 0 & -4 & -10 & 8 & -14 \\ 0 & -7 & -4 & 5 & -20 \end{array} \right).$$

Ко второй строке полученной матрицы прибавим третью строку, умноженную на (-1) , затем во вновь полученной матрице умножим третью строку на $(-\frac{1}{2})$, четвертую – на (-1) , затем последовательно умножим

вторую строку на 2 и прибавим ее к третьей строке, умножим на 7 и прибавим к четвертой строке, получим

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 & | & 6 \\ 0 & -1 & 2 & -7 & | & 10 \\ 0 & 2 & 5 & -4 & | & 7 \\ 0 & 7 & 4 & -5 & | & 20 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 & | & 6 \\ 0 & -1 & 2 & -7 & | & 10 \\ 0 & 0 & 9 & -18 & | & 27 \\ 0 & 0 & 18 & -54 & | & 90 \end{pmatrix}.$$

Третью строку полученной матрицы умножим на $\frac{1}{9}$, четвертую – на $\frac{1}{18}$, затем третью строку умножим на (-1) и прибавим к четвертой строке, получим

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 & | & 6 \\ 0 & -1 & 2 & -7 & | & 10 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & | & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & | & 5 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 & | & 6 \\ 0 & -1 & 2 & -7 & | & 10 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & | & 3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & | & 2 \end{pmatrix}.$$

Найденная матрица имеет треугольный вид; по этой матрице запишем систему уравнений, эквивалентную исходной системе,

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ -x_2 + 2x_3 - 7x_4 = 10 \\ x_3 - 2x_4 = 3 \\ -x_4 = 2 \end{cases}.$$

Последовательно находим неизвестные, начиная с последнего уравнения, $x_4 = -2$; подставим в третье уравнение найденное x_4 , вычислим x_3 , $x_3 = -1$; затем из второго уравнения находим x_2 , $x_2 = 2$; из первого уравнения получим x_1 , $x_1 = 1$.

Ответ : $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = -1$, $x_4 = -2$.

4. Найти общее решение однородной системы линейных алгебраических уравнений
$$\begin{cases} 5x + 3y = 0 \\ 10x + 6y = 0 \end{cases}.$$

Решение.

Элементарными преобразованиями строк приведем матрицу системы $A = \begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 10 & 6 \end{pmatrix}$ к эквивалентной матрице $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$, которой соответствует уравнение $5x + 3y = 0$, эквивалентное исходной системе. Таким образом, общее решение может быть записано в форме $y = -\frac{5}{3}x$, $x \in R$, или

$x = -\frac{3}{5}y$, $y \in R$. Решений бесчисленное множество – любая пара,

связанная указанной зависимостью, обращает левые части уравнений данной системы в нуль. В системе $n = 2$ - число неизвестных и число уравнений.

$\text{rang}A = \text{rang}B = 1 < n$, A – матрица системы, B – расширенная матрица системы. В силу теоремы Кронекера-Капелли система имеет бесчисленное множество решений, зависящих от одного параметра ($n - r = 2 - 1 = 1$).

Иногда общее решение удобнее использовать в форме

$$x = 3t, y = -5t, t \in R.$$

Индивидуальные задания

Вариант 1 (Беликов Н.Н.)

$$1.1 \begin{cases} 2x - y - 2z = -1 \\ 2y + z = 3 \\ -2x - 2y + 2z = -2 \end{cases} \quad 1.2 \begin{cases} 2x + y - 3z = 7 \\ 2x + 3y + z = 1 \\ 3x + 2y + z = 6 \end{cases}$$

$$1.3 \begin{cases} 2x_1 - 2x_2 + 5x_3 + x_4 = 11 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 4 \\ 3x_1 - 4x_2 + 8x_3 + x_4 = 15 \end{cases} \quad 1.4 \begin{cases} x - 2y = 0 \\ 2x - 4y = 0 \end{cases}$$

Вариант 2 (Гришова К.Р.)

$$2.1 \begin{cases} 3x + y - 3z = 8 \\ 3y - z = 7 \\ 3x - y - 3z = 4 \end{cases} \quad 2.2 \begin{cases} 4x + y + 4z = -3 \\ x + y + 2z = -4 \\ 2x - y + 2z = 3 \end{cases}$$

$$2.3 \begin{cases} 2x + 3y - 4z = 6 \\ 2x - y + 3z = -4 \\ x + 3y - 2z = 5 \\ 3x + 2y + z = 1 \end{cases} \quad 2.4 \begin{cases} 2x + y = 0 \\ 4x + 2y = 0 \end{cases}$$

Вариант 3 (Ефимов В.А.)

$$3.1 \begin{cases} 2x + 3y + 4z = 4 \\ 4x + 9y + 16z = 6 \\ 8x + 27y + 64z = -2 \end{cases} \quad 3.2 \begin{cases} 3x - y + z = 12 \\ x + 2y + 4z = 6 \\ 5x + y + 2z = 3 \end{cases}$$

$$3.3 \begin{cases} 3x - 2y + 4z + 5t = 5 \\ x - y - z + t = 0 \\ 2x - 2y + 3z - 3t = 1 \\ 4x + 2y - 6z - t = 0 \end{cases} \quad 3.4 \begin{cases} 3x - y = 0 \\ 2y - 6x = 0 \end{cases}$$

Вариант 4 (Зизяев П.Е.)

$$4.1 \begin{cases} x - y + z = 1 \\ x + y - z = 3 \\ x - y - z = 1 \end{cases} \quad 4.2 \begin{cases} 2x - y + 3z = -4 \\ x + 3y - z = 11 \\ x - 2y + 2z = -7 \end{cases}$$

$$4.3 \begin{cases} 3x_1 - x_2 + 2x_3 + 4x_4 = 0 \\ 2x_1 + 5x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 0 \\ 4x_1 - 7x_2 + 6x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases} \quad 4.4 \begin{cases} 3y - x = 0 \\ 6y - 2x = 0 \end{cases}$$

Вариант 5 (Кузнецова О.И.)

$$5.1 \begin{cases} 3x + 4y + 5z = 2 \\ 9x + 16y + 25z = 2 \\ 27x + 64y + 125z = -10 \end{cases} \quad 5.2 \begin{cases} 2x - y - z = -9 \\ 3x + 4y - 2z = 6 \\ 3x - 2y + 4z = 12 \end{cases}$$

$$5.3 \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 2x_4 = 5 \\ 4x_1 - x_2 + 8x_3 + 11x_4 = 22 \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 7x_4 = 12 \\ 3x_1 - 6x_2 + 13x_3 + 3x_4 = 13 \end{cases} \quad 5.4 \begin{cases} 4x + y = 0 \\ 8x + 2y = 0 \end{cases}$$

Вариант 6 (Лобода С.А.)

$$6.1 \begin{cases} x + y - z = 4 \\ y - z = -1 \\ -x + y + z = 8 \end{cases} \quad 6.2 \begin{cases} 3x + 2y + z = 7 \\ x + 3y + 2z = 6 \\ x + 2y + 3z = 1 \end{cases}$$

$$6.3 \begin{cases} 5x_1 + x_2 + 3x_4 = 1 \\ -2x_1 - x_2 + 4x_3 + 2x_4 = -1 \\ -x_1 + x_2 - 8x_3 - 7x_4 = 3 \\ x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \end{cases} \quad 6.4 \begin{cases} x - 7y = 0 \\ 14y - 2x = 0 \end{cases}$$

Вариант 7 (Маилов А.С.)

$$7.1 \begin{cases} 2x + y - 2z = 2 \\ y - z = 1 \\ -x + y + 2z = 3 \end{cases} \quad 7.2 \begin{cases} 2x + y + z = -4 \\ 2x + 2y - z = 3 \\ 4x + 4y + z = -3 \end{cases}$$

$$7.3 \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 4x_3 - 2x_4 = -3 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 = -6 \\ 3x_1 + x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 3 \\ -x_1 - 3x_2 + 4x_3 + 5x_4 = 5 \end{cases} \quad 7.4 \begin{cases} 5x - y = 0 \\ 2y - 10x = 0 \end{cases}$$

Вариант 8 (Мустафаева Н.А.)

$$8.1 \begin{cases} 10x + y + 10z = 10 \\ -x + 10y + z = -3 \\ 10x - y + 10z = 10 \end{cases} \quad 8.2 \begin{cases} 4x + y + 2z = 6 \\ x + 3y - z = 12 \\ 2x + 5y + z = 3 \end{cases}$$

$$8.3 \begin{cases} 2x_1 - x_2 + 5x_3 - x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 - 2x_2 + x_4 = 0 \\ x_1 + x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases} \quad 8.4 \begin{cases} 4x - y = 0 \\ 2y - 8x = 0 \end{cases}$$

Вариант 9 (Нестеренко А.Г.)

$$9.1 \begin{cases} 11x + y + 11z = 12 \\ -x + 11y + z = 12 \\ 11x - y + 11z = 10 \end{cases} \quad 9.2 \begin{cases} x - y - 3z = -11 \\ 3x + 2y - z = -4 \\ 2x + y - 2z = -7 \end{cases}$$

$$9.3 \begin{cases} -2x_1 + 4x_2 + x_3 = 2 \\ x_1 - 3x_2 + 5x_3 - x_4 = 1 \\ -5x_1 + 9x_2 + 8x_3 - x_4 = 7 \end{cases} \quad 9.4 \begin{cases} 2x - y = 0 \\ y - 4x = 0 \end{cases}$$

Вариант 10 (Поршнеv А.Г.)

$$10.1 \begin{cases} 7x + y - 7z = -5 \\ 7y - z = 13 \\ -7x + y - 7z = -5 \end{cases} \quad 10.2 \begin{cases} 4x + 3y - 2z = 12 \\ x - 2y + z = 9 \\ 2x - 3y - 4z = -6 \end{cases}$$

$$10.3 \begin{cases} x + 2y + 3z = 8 \\ 2x - y - 4z = 1 \\ 3x + 2y + z = 12 \\ x - y - 3z = -1 \\ 4x + 3y + 2z = 17 \end{cases} \quad 10.4 \begin{cases} 6y - x = 0 \\ 2x - 12y = 0 \end{cases}$$

Вариант 11 (Пронина А.В.)

$$11.1 \begin{cases} 6x + y - 6z = 13 \\ 6y - z = 6 \\ 6x + y + 6z = 13 \end{cases} \quad 11.2 \begin{cases} 2x + y + 3z = 6 \\ 3x + y + 2z = 1 \\ x + 3y + 2z = 7 \end{cases}$$

$$11.3 \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + 4x_4 + x_5 = 1 \\ 2x_1 + 7x_2 + 5x_3 - 2x_4 = 4 \\ x_1 + 8x_2 + 2x_3 - 6x_4 - x_5 = 2 \end{cases} \quad 11.4 \begin{cases} 9y - 2x = 0 \\ 4x - 18y = 0 \end{cases}$$

Вариант 12 (Пронина Е.А.)

$$12.1 \begin{cases} 4x + y - 4z = 2 \\ 4y - z = 7 \\ -4x + y + 4z = 2 \end{cases} \quad 12.2 \begin{cases} x + 4y + 4z = -3 \\ x + 2y + z = -4 \\ x - 2y - 2z = -3 \end{cases}$$

$$12.3 \begin{cases} 2x + 4y - 3z + t = 0 \\ x - y + 4z - t = 0 \\ x - 7y + 15z + 2t = 0 \\ 4x + 2y + z + t = 0 \end{cases} \quad 12.4 \begin{cases} 7y - x = 0 \\ 2x - 14y = 0 \end{cases}$$

Вариант 13 (Ушкова Е.И.)

$$13.1 \begin{cases} 3x + y - 3z = -1 \\ 3y - z = 5 \\ -3x + y + 3z = 2 \end{cases} \quad 13.2 \begin{cases} x + 2y + 5z = 3 \\ 2x + 4y + z = 6 \\ x - y - 3z = -12 \end{cases}$$

$$13.3 \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 4 \\ 7x_1 + 2x_2 - 5x_3 = -3 \\ x_1 - x_2 + 6x_3 = -3 \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 = -6 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 = 1 \end{cases} \quad 13.4 \begin{cases} 8y + 5x = 0 \\ 10x + 16y = 0 \end{cases}$$

Вариант 14 (Фимушина М.С.)

$$14.1 \begin{cases} 4x + 5y + 6z = -1 \\ 16x + 25y + 36z = -9 \\ 64x + 125y + 216z = -61 \end{cases} \quad 14.2 \begin{cases} 2x - 2y - z = 7 \\ 3x - y + z = 11 \\ x - 3y - 2z = 4 \end{cases}$$

$$14.3 \begin{cases} 2x - 5y + 2z - 2t = 2 \\ 2x + 3y - z + 2t = 1 \\ 3x - 3y + 2z - 2t = 0 \\ x + y - z + 2t = 3 \end{cases} \quad 14.4 \begin{cases} 3x - 2y = 0 \\ 4y - 6x = 0 \end{cases}$$

Вариант 15 (Шоркина А.С.)

$$15.1 \begin{cases} 5x + y + 5z = 17 \\ -x + 5y + z = 9 \\ 5x - y + 5z = 13 \end{cases} \quad 15.2 \begin{cases} x + y - 2z = 9 \\ 4x - 2y + 3z = 6 \\ 2x - 4y - 3z = -12 \end{cases}$$

$$15.3 \begin{cases} 2x - 2z + 2t = 3 \\ 3x + 2y + z - t = 2 \\ x + y - z + 2t = 1 \\ 2x + 3y + 2z - t = 2 \end{cases} \quad 15.4 \begin{cases} 2x - 5y = 0 \\ 10y - 4x = 0 \end{cases}$$

Вариант 16 (Щеглова А.Н.)

$$16.1 \begin{cases} -8x + y + 8z = 18 \\ -8y - z = -19 \\ 8x + y - 8z = -14 \end{cases} \quad 16.2 \begin{cases} x + 3y + 2z = 1 \\ x + 2y + 3z = 6 \\ 3x + y + 2z = 7 \end{cases}$$

$$16.3 \begin{cases} 2x + 3y + 3z = 0 \\ x - y + 2z = 0 \\ 2x + 2y - 3z = 0 \\ 3x + 6y - 2z = 0 \\ x + 4y + z = 0 \end{cases} \quad 16.4 \begin{cases} 3x - 5y = 0 \\ 10y - 6x = 0 \end{cases}$$

Вариант 17 (Половинкина М.)

$$17.1 \begin{cases} 6x + y + 6z = 24 \\ -x + 6y + z = 2 \\ 6x - y + 6z = 24 \end{cases} \quad 17.2 \begin{cases} 2x + y + z = -4 \\ 4x + y + 4z = -3 \\ 2x - y + 2z = 3 \end{cases}$$

$$17.3 \begin{cases} 4x_1 - 4x_2 + 7x_3 - 3x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 - x_4 = 1 \end{cases} \quad 17.4 \begin{cases} 2x - 5y = 0 \\ 10y - 4x = 0 \end{cases}$$

Вариант 18 (Пчельников А.)

$$18.1 \begin{cases} 9x + y + 9z = 12 \\ -x + 9y + z = 26 \\ 9x - y + 9z = 6 \end{cases} \quad 18.2 \begin{cases} 4x + 2y + z = 6 \\ 2x + y + 5z = 3 \\ x - y + 3z = 12 \end{cases}$$

$$18.3 \begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 5 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 3 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 2 \\ 3x_1 + 3x_2 - 2x_3 + 4x_4 = 5 \end{cases} \quad 18.4 \begin{cases} 7x - 5y = 0 \\ 10y - 14x = 0 \end{cases}$$